

Las matemáticas también pueden utilizarse para atrapar leones

Como atrapar un león (I)

La cacería de leones la realizan más fácilmente los matemáticos que los cazadores profesionales, y si alguien lo duda, le recomendamos leer los siguientes dieciseis métodos, que por su sencillez asombrarían a cualquiera.

JOHN BARRINGTON *

No pido disculpas por empezar una vez más con los problemas de la teoría matemática para el gran juego de la cacería; ya que en todas las ramas de la matemática, se han hecho progresos en la última década. Empezaré con una revisión de los resultados más importantes en esta área.

El tema empezó en 1938 con el artículo épico de Pétard ¹. El problema principal se formula generalmente como sigue: en el desierto del Sahara existen leones. Obtengámos métodos para capturarlos. Voy a restringirme aquí a métodos matemáticos para lograr este objetivo, aunque permitiendo algunos métodos cercanos a la física pero que tienen algún sabor matemático. Pétard encontró esencialmente 10 soluciones, que parafrasearé como sigue:

1. Método de Hilbert.

Coloquemos una jaula cerrada en el desierto. Y utilicemos el siguiente sistema axiomático:

- i) El conjunto de leones es no vacío.
- ii) Si existe un león en

1. H. Pétard. "A contribution to the mathematical theory of big game hunting", Amer. Math. Monthly 45 (1938).

* John Barrington, "15 new ways to catch a lion", *Manifold* 18, 1976, traducción de Radmila Bulajich y José A. Gómez, profesores de carrera del Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, UNAM

el desierto, entonces existe un león en una jaula.

Teorema 1. Existe un león en la jaula.

2. El Método geométrico por inversión.

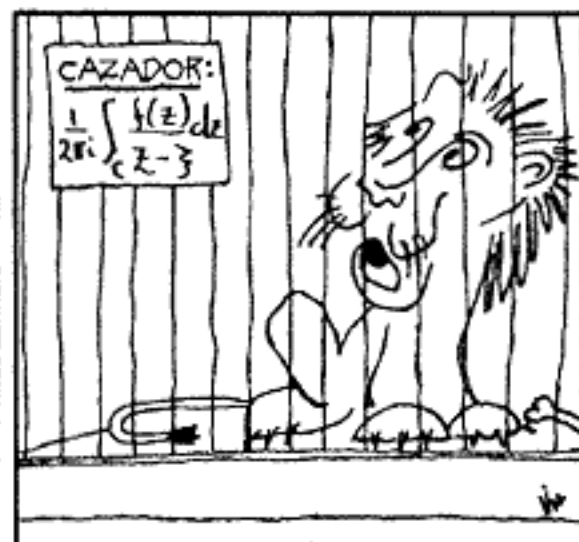
Coloquemos una jaula esférica cerrada en el desierto, vacía de leones y entremos. Invertimos con respecto a la jaula. Esta función manda a un león dentro de la jaula y a nosotros fuera.

3. El Método de la geometría proyectiva.

El desierto es un plano. Proyectemos éste a una línea luego proyectemos la línea a un punto dentro de la jaula. El león irá a parar al mismo punto.

4. El Método de Bolzano-Weierstrass.

Bisectemos el desierto por una línea que va de norte



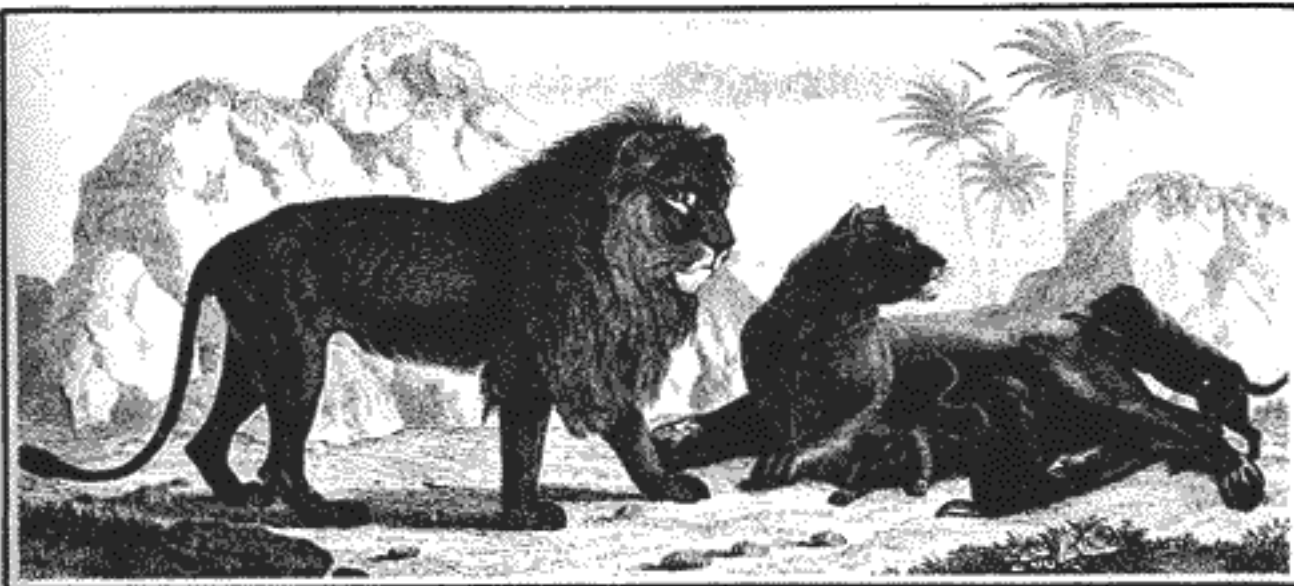
a sur. El león está en alguna mitad, sin pérdida de generalidad el león está en la mitad del este. Ahora divide esta mitad por una línea que vaya de este a oeste. Sin pérdida de generalidad podemos suponer que el león está en la parte norte. Continuemos este proceso indefinidamente y en cada paso construyamos una cerca.

El león puede encerrarse en una cerca de longitud arbitrariamente pequeña, si así lo deseáramos.

5. El método de la topología general.

Observemos que el desierto es un espacio métrico separable, entonces contiene un subconjunto denso-numerable. Por tanto algunas sucesiones deben converger al león.

Aproximémonos cautelosamente por una de estas, llevando equipo necesario.



6. El método de Peano.

Existe una curva que llena todo el espacio, esto es, pasa por todo punto del desierto. Algunos matemáticos como Hilbert, han señalado ² que una curva de este tipo puede recorrerse en un intervalo de tiempo tan pequeño como queramos. Armados con una lanza, recorramos la curva más rápido de lo que el león sea capaz de moverse una distancia igual a su longitud.

7. Un método topológico.

El león tiene al menos la conectividad del toro ^{*}. Transportemos al desierto a un espacio de cuatro dimensiones. Podemos ahora deformarlo de tal forma que el león quede hecho nudo ³. Este está ahora desvalido.

8. El método de Cauchy.

Sea $f(z)$ una función analítica con valores en el conjunto de los leones y sea γ una jaula. Consideremos la integral

$$\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)}{z - \zeta} dz$$

donde C es la frontera del desierto. El valor de la integral es $f(\zeta)$: esto es, un león está en la jaula.

2. Ver E. w. Hobson, "The theory of functions of a real variable and the theory of Fourier's series", 1927.
3. H. Seifert. & W. Threlfall: Lehrbuch der Topologie, 1934.
^{*} El "toro" es una función matemática en forma de dona.

9. El método de Weiner Tauber.

Consigamos un león manso L_0 de clase $L(-\infty, \infty)$ cuya transformada de Fourier se anula solamente en un conjunto de medida cero y dejémoslo libre en el desierto. Dado que éste es manso debe converger a la jaula. Por Weiner ⁴ cualquier otro león debe converger a la misma jaula.

10. El método de Eratóstenes.

Enumeremos todos los objetos del desierto y examinémoslos uno por uno. Descartemos aquellos que no sean leones. Un refinamiento posterior nos permite capturar, si así lo deseamos, sólo leones primos.

11. El método de Shrödinger.

En cualquier instante hay una probabilidad positiva de que un león esté en la jaula. Esperemos.

12. El método de la cirugía.

El león es una 3-variedad orientable con frontera ⁶ y usando cirugía lo podemos hacer contraible. Podemos ahora firmar un contrato con el circo de Barnum y Bailey.

4. N. Wiener. The Fourier integral and certain of its applications", 1933.
5. O. Morphy: Some modern mathematical methods in the theory of lion hunting, Amer. Math. Monthly 75 (1968) 185-187.
6. Kervaise & Milnor: Groups of homotopy spheres I, Ann. Math. (1963)

13. El método de Smale.

Por las mismas razones que en el método anterior, el león es un cuerpo con asas. Pero un león con asas puede agarrarse fácilmente y por tanto su captura es trivial.

14. El método por teoría de gavillas.

El león es una sección de una gavilla de gérmenes de leones en el desierto. Le damos una nueva topología al desierto para hacerlo discreto: las fibras de la gavilla se separan y liberan los gérmenes que matan al león.

15. El método de Montgomery-Zippin.

Pensemos en el león como una superficie. Representemos cada punto del león como una clase de equivalencia del grupo de homeomorfismos del león módulo, el grupo de isotropía de la nariz ⁷. Esto muestra que el león es un espacio homogéneo. Un león homogenizado no está en condiciones para ponerse a pelear.

16. El método de Postnikov.

El león, siendo melencudo, puede considerarse como un espacio fibrado. Construyamos ahora una descomposición de Postnikov ⁸. Un león descompuesto debe, seguramente, haber muerto hace mucho tiempo. ⊕

7. Montgomery & Zippin: "Topological transformation groups, Interscience, 1955.
8. E. Spanier: "Algebraic topology", McGraw-Hill, 1966.

