

**ANÁLISIS DE LA CAÍDA LIBRE Y TIRO PARABÓLICO  
(VARIABLE: TIEMPO)**

**NÚMERO DE PROYECTO: CIN2016A20121**

**ESCUELA TOMÁS ALVA EDISON (1257)**

**AUTORES:**

**FABIOLA ARELLANO ESTROP  
FERNANDO VILLEGAS NEGRETE**

**ASESOR:**

**M. en C. VÍCTOR ANTONIO MENDOZA IBÁÑEZ**

**CATEGORÍA:**

**EXPERIMENTAL**

**AREA DE CONOCIMIENTO:**

**FÍSICA**

## RESUMEN

Se demuestra experimentalmente la independencia y simultaneidad de dos movimientos separados pero bajo las mismas condiciones. La variable que se determina es el tiempo de vuelo y que resulta ser el mismo. Un movimiento es uniformemente acelerado y el otro es uniforme rectilíneo. Además se hace un análisis matemático del experimento y se refuerza con un software (vernier physical video). Se muestra un prototipo para dicha demostración

Independence and simultaneity of two separate movements but under the same conditions is demonstrated experimentally. The variable that is determined is the flight time and who happens to be the same. A motion is uniformly accelerated and the other is straight uniform. Besides a mathematical analysis of the experiment it is made and reinforced with a software (vernier physical video). It shows a prototype for such a demonstration.

Keywords: Inercia rotacional, velocidad angular, energías de traslación, rotacional y gravitacional, MRU y MUA.

## **INTRODUCCIÓN**

### *Planteamiento del problema*

Si consideramos el movimiento de un balón lanzado horizontalmente cerca de la atracción gravitacional, podremos observar una trayectoria que se parece a una parábola. Al mismo tiempo si dejamos caer otro balón desde la misma altura desde donde fue lanzado el primero observaremos que los dos permanecen en el aire el mismo tiempo (considerando una referencia de piso horizontal para los dos balines).

Es cierto que un balón recorrió mayor distancia que el que cayó verticalmente, entonces ¿permanecieron en el aire el mismo tiempo? ¿Cómo es que hay simultaneidad en dos movimientos que son independientes? ¿La velocidad horizontal fue el mismo en ambos balines? ¿La velocidad vertical fue la misma en ambos balines? Si existen dos observadores en diferentes marcos de referencia ¿habrá diferencia en el tiempo de vuelo entre los dos balines?

### *Hipótesis*

Se ha comprobado experimentalmente que el tiempo de vuelo es el mismo. Sin embargo, esto no queda claro en palabras y, por lo tanto, pretendemos comprobar esta hipótesis tanto experimentalmente como analíticamente.

Creemos que un balón lanzado con una dirección horizontal tendrá la misma velocidad vertical que un balón que solo se deja caer.

### *Justificación*

El movimiento que experimenta un balón en vuelo se asemeja a una parábola cuando es lanzado con una velocidad inicial. Este movimiento se puede describir si consideramos las componentes tanto de la velocidad vertical como la horizontal. Aunque estas componentes son simultáneas son independientes una de la otra. En un lanzamiento de dos balines en condiciones iguales debemos observar esta independencia. Es decir, si uno de los balines se lanza en dirección horizontal y otro solo se deja caer con la condición de que sus movimientos coincidan en tiempo y tengan la misma referencia horizontal (misma altura), deberemos observar tiempos de vuelos

iguales. Los dos balines experimentan el mismo jalón de la aceleración de la gravedad sin importar su masa

### *Síntesis teórica*

En general el tiro parabólico es la unión de dos movimientos: uno rectilíneo uniforme (en la horizontal) y el otro uniformemente acelerado (en la vertical). Bajo estas condiciones la trayectoria de un balón es un movimiento parabólico. Esto requiere que el balón, y así es el caso, tenga la forma que minimiza la resistencia del aire con lo cual acerca lo experimental con lo teórico. La gráfica de una parábola es representada matemáticamente por una ecuación cuadrática como es el caso de:

$$h = v_{it} - \frac{1}{2}gt^2$$

Esta ecuación es una de las que se requieren en el movimiento uniforme acelerado y genera una gráfica parabólica que abre hacia abajo. Cualquier objeto que sea lanzado con un ángulo respecto a la horizontal, en donde la resistencia del aire sea una variable lo suficientemente pequeña, y que sea afectado por un campo gravitacional lo suficientemente uniforme, su trayectoria será muy semejante a una parábola. El análisis matemático se reduce a ecuaciones de primero y de segundo grado resultando en una descripción muy cercana a lo experimental.

Cabe mencionar que la caída libre hace referencia a un objeto que se mueve verticalmente desde cierta altura. Este movimiento es acelerado de manera constante coincidiendo esta aceleración con la aceleración de la gravedad.

Por otro lado, la componente horizontal de un balón lanzado por los aires es siempre constante (insistimos, se desprecia la resistencia del aire) por lo que requerimos de:

$$v_x = \frac{\Delta d}{t}$$

Asimismo, requerimos hacer un análisis energético de la situación partiendo de la suma de las energías trasnacional, rotacional y gravitacional:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mgh$$

La inercia rotacional  $I$  y la velocidad angular  $\omega$  son características de los objetos que ruedan por lo que las incluimos en nuestro análisis.

## OBJETIVOS GENERALES Y ESPECÍFICOS

Demostrar experimentalmente de manera inobjetable la independencia y la simultaneidad de los movimientos de dos balines bajo las mismas condiciones. Que el tiempo de vuelo es el mismo de dos balines lanzadas horizontalmente y verticalmente respectivamente es el mismo y que la masa o la velocidad horizontal de ambos no es una variable que intervenga en los resultados.

## FUNDAMENTACIÓN TEORICA

Para la elaboración del proyecto se tomaron en cuenta varios factores, por ejemplo:

La fricción estática dado que el balón que rueda por dentro del tubo rueda sin deslizar ya que está recubierto de un material con un alto coeficiente de fricción y su ecuación es:

$$f_s = \mu_s N$$

Por otro lado, consideramos que un objeto uniforme que rueda está sometido a la resistencia de su propia rotación. Esto es la Inercia rotacional que depende de la distribución de la masa dentro del objeto que gira. En el caso del balón su centro de masa también es su centro geométrico. Se trata de una esfera sólida y su ecuación es:

$$I = \frac{2}{5} mr^2$$

Usamos la ley de la conservación de la energía desde un enfoque energético donde se incluyen la energía potencial, rotacional y de traslación. La energía total es la suma de estas energías y está dada por:

$$\frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 + mgh$$

En donde  $v$  es la rapidez,  $\omega$  es la velocidad angular.

Se consideraron dos posiciones; **A** que es el lugar donde se deja caer el primer balón con una altura  $h$  (a la entrada del tubo de PVC) y **B** a la salida horizontal del tubo. Figura 3. Esto da como consecuencia:

$$0 + 0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + 0$$

En la posición **A** la rapidez es cero, la velocidad angular es cero y se tiene una altura  $h$  lo que se describe en el lado izquierdo de la ecuación anterior. Del lado derecho se describe la posición **B** en donde ya se tiene una velocidad de traslación  $v$  así como velocidad angular  $\omega$  pero la altura  $h$  es cero.

El momento de inercia de una esfera sólida es:

$$I = \frac{2}{5}mr^2$$

Y la velocidad angular se puede poner en función de la velocidad tangencial:

$$\omega = \frac{v}{r}$$

Como el primer balón rueda sin deslizar podemos sustituir la ley de la conservación por:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\left(\frac{v^2}{r^2}\right)$$

En donde las masas y los radios se cancelan quedando:

$$v = \sqrt{\frac{10}{7}gh}$$

Esta es la velocidad de salida del primer balón del tubo. Se puede considerar como la velocidad en el eje de las  $x$ .

Por otro lado, el vuelo del primer balón después de salir del tubo sigue una trayectoria parabólica bajo las siguientes ecuaciones cinemáticas:

$$h = v_i t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$g = \frac{\Delta v}{t}$$

$$v_f^2 = v_i^2 - 2gh$$

El movimiento del segundo balón es en caída libre (consideramos la resistencia del aire como nula) y las ecuaciones para este movimiento en función de tiempo  $t$  son:

$$t = \frac{\Delta v}{g}$$
$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

La velocidad inicial del segundo balón es cero y la altura  $h$  es hasta el suelo. La velocidad final se puede calcular con:

$$v = \sqrt{2gh}$$

## METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

Se diseñó y construyó un dispositivo experimental para demostrar que el tiempo de vuelo es el mismo. Se hizo un análisis matemático del experimento y se confirmó con software vernier physical video.

Nuestro proyecto consiste en dejar caer desde lo alto dentro de un tubo de PVC curvo un balón, de hecho un balón recubierto de un material con un alto coeficiente de fricción de tal manera que pueda rodar sin deslizar dentro del tubo. El tubo está colocado de tal manera que su salida inferior está en un plano horizontal a modo de que el balón salga en una dirección horizontal (figura 1). Un segundo balón está colocado por fuera de dicha salida sostenido por un mecanismo “columpio” que lo deja caer cuando el primer balón pasa por la salida del tubo (figura 2). De esta manera tenemos dos balines en movimiento; uno cayendo en caída libre y el otro en movimiento parabólico. Con un mismo origen y con el mismo inicio en tiempo.

En el análisis matemático echamos mano de la Conservación de la Energía y de las ecuaciones cinemáticas de caída libre y tiro parabólico



Figura 1

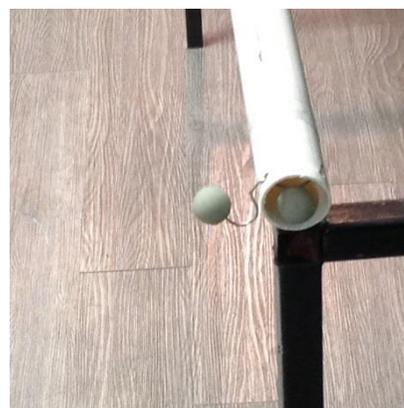


Figura 2

## RESULTADOS OBTENIDOS

Se obtuvieron resultados cualitativos como cuantitativos que verificaron nuestra hipótesis en el sentido de que el tiempo de vuelo es el mismo bajo las mismas condiciones. Figura 3.

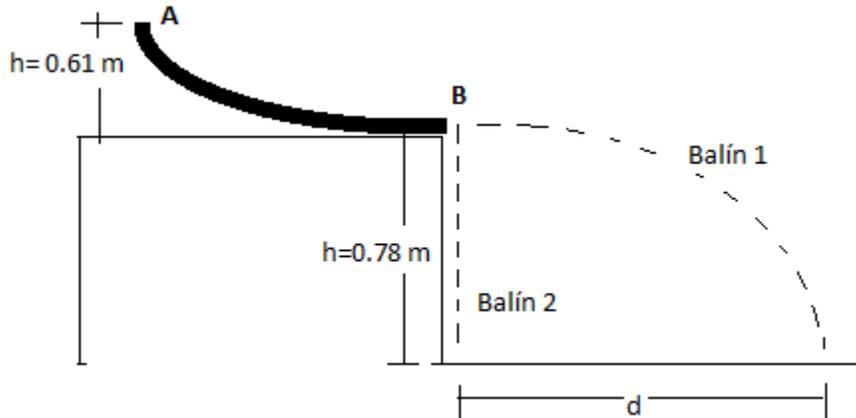


Figura 3

Cuando se deja caer el primer balín por dentro del tubo este alcanza una velocidad de salida del mismo que está regida por:

$$v_x = \sqrt{\frac{10}{7} gh} = \sqrt{\frac{10(9.81 \text{ m/s}^2)(0.61 \text{ m})}{7}} =$$

Y es de:

$$v_x = 2.92 \text{ m/s}$$

Así mismo, el tiempo de vuelo lo podemos obtener de:

$$h = v_i t - \frac{1}{2} g t^2 = 0.78 \text{ m} = 0 - \frac{1}{2} (9.81 \text{ m/s}^2) (t)^2$$

De donde podemos obtener el tiempo de vuelo del primer balín:

$$t_1 = 0.39 \text{ s}$$

La distancia horizontal desde la base del tubo hasta donde alcanza el suelo el primer balín se puede calcular con:

$$v_x = \frac{\Delta d}{t}$$

Despejando y sustituyendo los valores experimentales:

$$d = v_x(t) = (2.92 \text{ m/s})(0.39 \text{ s}) =$$

$$d = 1.16 \text{ m}$$

Para el segundo balón la velocidad final en su caída es de:

$$v_y = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.81 \text{ m/s}^2)(0.78 \text{ m})} =$$

$$v_y = 3.90 \text{ m/s}$$

Y su tiempo de vuelo es de

$$t = \frac{\Delta v}{g} = \frac{0 - 3.90 \text{ m/s}}{-9.81 \text{ m/s}^2} =$$

$$t_2 = 0.39 \text{ s} = t_2$$

Que es el mismo al del primer balón como se había previsto.

## **CONCLUSIONES Y NUEVAS PROPUESTAS**

Una de las conclusiones más importantes es que la velocidad no es factor en el cálculo ni tampoco en la experimentación ya que el “columpio” detiene la velocidad del primer balón cayendo a una distancia menor a la teórica. Esto no cambia en nada los tiempos de vuelo de los dos balines es el mismo. Quitando el “columpio” se obtiene la distancia horizontal calculada coincidiendo en lo experimental en el vuelo del primer balón.

Es posible hacer la demostración teórica a partir de las fuerzas implícitas en fenómeno.

## *Bibliografía*

1. Jones and Childers. (2001). Física general. México: McGraw Hill.
  2. Douglas C. Giancoli. (2008). Física para Ciencias e Ingeniería. México: Pearson Prentice Hall.
  3. Eugene Hecht. (2008). Física I Algebra y Trigonometría. México: Thomson editores
  4. Serway Raimond A., Jewett Jonh W. (2008). Física para ciencias e ingeniería. México: Cengage Learning.
  5. Jerry D. Wilson, Anthony J. Buffa, Bo Lou. (20087). Física. México: Pearson.
- 
1. <http://www.fisicalab.com/apartado/caida-libre#contenidos>
  2. <http://www.fisicalab.com/apartado/lanzamiento-vertical#contenidosblackfireman.blogspot.mx/2009/01/caida-libre-y-tiro-vertical.htm>
  3. <https://www.edumedia-sciences.com/es/media/372-atraccion-gravitacional>
  4. [www.disfrutalasmaticas.com/geometria/parabola.html](http://www.disfrutalasmaticas.com/geometria/parabola.html)